

# TREBALL D'ESTIU MATEMÀTIQUES ~ 4º ESO PRAO

PER A QUALSEVOL DUBTE POTS POSAR-TE EN CONTACTE A TRAVÉS DEL XAT INDIVIDUAL DE TEAMS O PER MAIL.

LA CORRECTE REALITZACIÓ DEL TREBALL SUPOSARÀ UN 20% DE LA NOTA FINAL. LA NOTA DE L'EXAMEN SUPOSARÀ UN 80% DE LA NOTA FINAL . PER A QUÈ EL TREBALL FORMI PART DE LA MITJANA, LA NOTA DE L'EXAMEN, SERÀ COM A MÍNIM IGUAL O SUPERIOR AL QUATRE.

ELS EXERCICIS QUE TENS A CONTINUACIÓ, SÓN EXEMPLES DELS QUE SORTIRAN EN L'EXAMEN, POTS AMPLIAR ELS CONTINGUTS AMB ELS EXERCICIS DEL LLIBRE O ELS QUE TENIM PENJATS EN EL NOSTRE GRUP DE TEAMS

## TEMA 11 ~ ESTADÍSTICA

Repasa cómo se realizan las tablas de frecuencias: valores de la variable, frecuencia absoluta, frecuencia relativa, frecuencia absoluta acumulada y porcentajes. También la agrupación de datos en intervalos y la obtención de la *marca de clase*.

Recuerda también el significado y cálculo de:

- Parámetros de centralización: media aritmética, moda, mediana y cuartiles.
- Parámetros de dispersión: varianza, desviación típica y coeficiente de variación.

1. Al preguntar a los alumnos y alumnas de una clase por su número de hermanos, se obtuvieron los siguientes resultados (4 puntos):

1, 0, 2, 1, 3, 2, 1, 5, 0, 0, 4, 1, 2, 2, 3, 0, 1, 2, 1, 1, 3, 2, 0, 0, 1, 1, 1, 4, 2, 2

Calcula:

- a) La tabla de frecuencias.
- b) Los cálculos estadísticos.
- c) Dibuja el diagrama de barras asociado.

2. La masa en gramos de una caja de melocotones son:

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 125 | 147 | 200 | 196 | 139 | 204 | 162 | 184 | 191 | 145 |
| 138 | 149 | 162 | 193 | 182 | 198 | 142 | 124 | 133 | 141 |
| 132 | 188 | 146 | 119 | 184 | 168 | 172 | 173 | 194 | 127 |
| 129 | 132 | 195 | 190 | 182 | 138 | 149 | 125 | 124 | 182 |

Calcula:

- a) La tabla de frecuencias en forma de intervalos.
- b) Los cálculos estadísticos.
- c) Dibuja el diagrama de barras asociado.

3. Las estaturas de 30 jóvenes son las siguientes :

155   178   170   165   173   168   160   166   176   169   158   170   179   161  
164   156   170   171   167   151   163   158   164   174   176   164   154   175  
162   171   168   177   163   154   166   159   166   177   157   166   158   164

Calcula:

- a) La tabla de frecuencias en forma de intervalos.
- b) Los cálculos estadísticos.
- c) Dibuja el diagrama de barras asociado.

4. En una clase de 4° de ESO se ha realizado un examen final tipo test que constaba de 30 preguntas. El número de respuestas correctas conseguidas por cada uno de los alumnos de esa clase han sido:

| $x_i$ | $f_i$ |
|-------|-------|
| 5     | 3     |
| 10    | 3     |
| 15    | 3     |
| 20    | 3     |
| 25    | 4     |
| 30    | 4     |

Calcula:

- a) La tabla de frecuencias en forma de valores aislados.
- b) Los cálculos estadísticos.
- c) Dibuja el diagrama de barras asociado.

5. Realizar la siguiente operación pasando primero los decimales a fracción:

a)  $2,332 - 0,\overline{175} + 6,5\overline{43}$

b)  $8,562 + 4,\overline{121} + 0,1\overline{63}$

6. Reduce estas expresiones utilizando las propiedades de las potencias:

a)  $\frac{(-126)^{-2} \cdot (165)^2 \cdot (-429)^{-2} \cdot 484}{(\sqrt{1225})^5 \cdot (-21^{-3})^4 \cdot 91^4}$

c)  $25^3 \cdot 6^4 \cdot 10^{3/2} =$

f)  $\sqrt[5]{25} \cdot \sqrt{8} =$

b)  $\frac{(121)(75)^{-3}(200)^4}{77^{-2}(120)^4(35)^2}$

d)  $\frac{3^{-4} \cdot 12^8}{4^5} =$

e)  $\frac{\sqrt[3]{4} \cdot 6^3}{2^5} =$

7. Reduce a índice común estos radicales:

a)  $\sqrt[6]{5} \quad \sqrt[15]{2^3} \quad \sqrt[10]{3^6}$

b)  $\sqrt[12]{3^2} \quad \sqrt{2^3} \quad \sqrt[3]{5^4}$

8. Aplica las propiedades de los radicales para reducir estas expresiones:

a)  $\sqrt[5]{a^3b^2} \cdot \sqrt[5]{ab^4} =$

e)  $\sqrt[5]{25} \cdot \sqrt{8} =$

b)  $\sqrt{12} \cdot \sqrt[6]{18} \cdot \sqrt[8]{4} =$

f)  $(\sqrt[4]{a^3})^5 =$

c)  $\frac{\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[4]{12}}{\sqrt[5]{40}} =$

g)  $(\sqrt[3]{12})^3 \cdot \sqrt{\sqrt{4}} =$

d)  $\sqrt[10]{\frac{144}{25}} \cdot \sqrt[8]{10} =$

9. Opera:

a)  $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8} =$

d)  $-2\sqrt{1372} + 3\sqrt{875} + \sqrt{112} =$

b)  $10\sqrt{18} - \frac{3}{5}\sqrt{50} + \sqrt{200} =$

e)  $\frac{1}{2}\sqrt{108} - 4\sqrt{243} + \sqrt{12} =$

c)  $2\sqrt{40} - 3\sqrt{90} - \sqrt{250} =$

f)  $\frac{2}{5}\sqrt{216} - 3\sqrt{24} - \sqrt{600} =$

10. Racionaliza y simplifica:

a)  $\frac{3}{\sqrt{3}} =$

c)  $\frac{4}{3\sqrt{2}} =$

e)  $\frac{12}{\sqrt[3]{3}} =$

g)  $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} =$

b)  $\frac{15}{\sqrt{5}} =$

d)  $\frac{1}{\sqrt[4]{2^3}} =$

f)  $\frac{-250}{\sqrt[5]{5^2}} =$

h)  $\frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} =$

$$\begin{array}{llll} \text{i)} \frac{\sqrt{8} - \sqrt{6}}{\sqrt{8} + \sqrt{6}} = & \text{k)} \frac{18}{\sqrt{7} + 1} = & \text{m)} \frac{12}{\sqrt{10} - 5\sqrt{2}} = & \text{o)} \frac{a^3}{\sqrt[3]{a^4}} = \\ \text{j)} \frac{-10}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = & \text{l)} \frac{-16}{2\sqrt{5} - 6} = & \text{n)} \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5} + 2\sqrt{2}} = & \text{p)} \frac{\sqrt{2}}{4 - 3\sqrt{2}} = \end{array}$$

### TEMA 3 ~ POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

11. Desarrolla estas expresiones (debes identificar los que corresponden a productos notables):

$$\begin{array}{lll} \text{a)} (-2x + 5)^2 & \text{d)} \left(\frac{3x - 5}{4}\right)^2 & \text{g)} \left(\frac{2\sqrt{x^2 - 5}}{3}\right)^2 \\ \text{b)} (-7x \cdot 2y)^2 & \text{e)} (5\sqrt{3x - 2})^2 & \text{h)} (-3x + 8)^2 \\ \text{c)} (3\sqrt{2x} - 4)^2 & \text{f)} (-x - 15)^2 & \text{i)} (2x^2 - 6)^2 \end{array}$$

12. Realiza las operaciones indicadas con los polinomios siguientes:

$$A(x) = x^2 - 5$$

$$C(x) = 5x - 1$$

$$B(x) = -2x^3 - x^2 + 3x - 8$$

$$D(x) = 10x^4 - 25x^3 + 30x - 5$$

a)  $A(x) - B(x) + D(x) =$

f)  $A(x) \cdot B(x) - D(x) \cdot C(x) =$

b)  $D(x) - A(x) \cdot C(x) =$

g)  $B(x) : (x + 2)$  (por Ruffini)

c)  $3 \cdot B(x) - D(x) \cdot 2 =$

h)  $D(x) : (x - 2)$  (por Ruffini)

d)  $-B(x) \cdot C(x) + C(x) \cdot A(x) =$

i)  $D(x) : (x + 3)$  (por Ruffini)

e)  $B(x) : A(x) =$

13. Calcula el valor numérico del polinomio  $A(x)$  del ejercicio anterior para  $x = -2, 0, 3, \frac{1}{2}$ .

14. Factoriza los siguientes polinomios:

a)  $P_1(x) = 3x^2 + 5x - 2$

c)  $P_3(x) = 4x^4 + 8x^3 - 10x^2 + 4x - 6$

b)  $P_2(x) = 10x^3 + 4x^2 - 26x + 12$

d)  $P_4(x) = 3x^6 - 36x^4 + 48x^3$

e)  $P_5(x) = 3x^7 - 6x^6 - 37x^5 - 34x^4 - 26x^3 - 20x^2$

f)  $P_6(x) = 2x^4 + 11x^3 + 18x^2 + 4x - 8$

15. Simplifica estas fracciones algebraicas:

$$a) \frac{6x^4 - 12x^3 + 6x^2}{2x^3 + 2x^2 - 4x}$$

$$b) \frac{6x^3 - 10x^2 - 8x + 8}{3x^3 - 8x^2 + 4x}$$

$$c) \frac{x^5 + x^4 - 8x^3 - 12x^2}{x^3 - 5x^2 + 6x}$$

$$d) \frac{2x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 6x}{6x^3 - 6x^2 - 18x + 18}$$

## TEMA 4 ~ ECUACIONES

16. Resuelve las siguientes ecuaciones. Observarás que faltan ecuaciones de primer y segundo grado (completas e incompletas) deberás prepararlas por tu cuenta (no es necesario entregar estos ejercicios):

### ECUACIONES POLINÓMICAS

$$a) 4x^4 + 8x^3 - 10x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$b) -x^3 + 4x^2 - 10x + 4 = -(11x^3 + 2(4 - 8x))$$

$$c) 3x^6 - 36x^4 + 48x^3 = 0$$

$$d) 2x^5 - 9x^4 + 11x^3 - 4x = 0$$

$$e) 3x^3 - x^4 - 26x^2 + 70 = -3(30 - x^3) - 2x^4$$

### ECUACIONES BICUADRADAS

$$f) x^2(x^2 - 3) = 4$$

$$g) x^4 - 13x^2 + 40 = 0$$

$$h) x^4 + 19x^2 + 48 = 0$$

$$i) 5x^4 - 41x^2 - 36 = 0$$

$$j) \frac{x^4 - 8 - 2x^2}{3} = 4x^2$$

### ECUACIONES IRRACIONALES

$$k) \sqrt{3x^2 - 6x} + 2x = 1$$

$$l) 2 - \sqrt{x + 4} = 9 - 2x$$

$$m) 3\sqrt{x^2 - 12} - x = 2$$

$$n) \sqrt{\frac{x + 5}{3}} + 3 = -x$$

## TEMA 2 ~ PROPORCIONALIDAD

17. Aquí tienes un conjunto de ejercicios de proporcionalidad, no es necesario realizarlos todos solo un mínimo de diez ejercicios entre todos los modelos diferentes.

## Ficha proporcionalidad

- 1.- Nueve bombillas iguales han consumido 54 kilovatios. Si en las mismas condiciones encendemos 15 bombillas iguales, ¿cuántos kilovatios se consumirán? (Solución: 90 kw)
  
- 2.- Cuatro amigos se reparten el alquiler de un apartamento de verano. Cada uno paga 375 euros. Si se uniesen 2 amigos más, ¿cuánto pagaría cada uno? (Solución: 250 euros)
  
- 3.- Durante 30 días seis obreros han canalizado 150 metros de tubería para suministro de agua. Calcula cuántos metros canalizarán catorce obreros en 24 días. (Solución: 280 m)
  
- 4.- Los gastos de alimentación de 135 personas suponen 2250 euros diarios. Calcula cuántas personas podrán alimentarse durante 90 días con 12000 euros. (Solución: 8 personas)
  
- 5.- Una persona lee 2 horas diarias a razón de 5 páginas por hora, y tarda 15 días en leer un libro. Si leyese 3 horas diarias a razón de 8 páginas por hora, ¿Cuántos días tardaría en leer el mismo libro? Expresa el resultado en días y horas. (Solución: 6 días y 6 horas del día siguiente)
  
- 6.- Reparte 15000 euros en partes directamente proporcionales a 2, 3 y 5. (Solución: 3000 euros, 4500 euros y 7500 euros)
  
- 7.- Reparte 11050 euros en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 4. (Solución: 5100 euros, 3400 euros y 2550 euros)
  
- 8.- A un trabajador le descuentan mensualmente el 5% para un seguro de su nómina que asciende a 1442 euros. ¿Qué cantidad le descuentan? (Solución: 72,1 euros)
  
- 9.- En la factura de un taller aplican un 16% de IVA sobre un importe de 168 euros. ¿Cuánto se paga en total? (Solución: 194,88 euros)
  
- 10.- En una mezcla de 500 g de café, 100 g son torrefacto y el resto es café natural. ¿Qué porcentaje de café torrefacto lleva la mezcla? (Solución: 20% de torrefacto)
  
- 11.- En una factura de 350 euros nos aplican un 20% de descuento y un 16% de IVA. Calcula el importe total de la factura. (Solución: 324,8 euros)

- 12.- En una tienda compramos un televisor con una rebaja del 20% y nos cobran el 16% de IVA. Si pagamos 300 euros por el, ¿cuál era su precio inicial? (Solución: 323,28 euros)
- 13.- El precio por transportar 1500 kg de mercancía a una distancia de 100 km es de 80 euros. ¿Qué precio se pagará por transportar 4500 kg a 250 km? (Solución: 600 euros)
- 14.- Ocho grifos abiertos 12 horas diarias han vertido agua por valor de 24 euros. ¿Qué coste de agua se tendrá con 12 grifos abiertos 15 horas diarias durante el mismo período de tiempo? (Solución: 45 euros)
- 15.- Una familia de 5 miembros puede mantenerse durante 8 meses con 500 euros. ¿Cuántas personas podría mantenerse durante 15 meses con 30000 euros? (Solución: 16 personas)
- 16.- Reparte 13500 euros en partes directamente proporcionales a 4, 6 y 8. (Solución: 750 euros, 4500 euros y 6000 euros)
- 17.- Reparte 11750 en partes inversamente proporcionales a 3, 4 y 5. (Solución: 5000 euros, 3750 euros y 3000 euros)
- 18.- A un conductor le han puesto una multa de tráfico de 150 euros. Si la paga antes de un mes, se le aplica un 20% de descuento. ¿Cuánto pagaría por la multa? (Solución: 120 euros)
- 19.- En una tienda venden un determinado artículo ganando el 30% sobre el precio de coste. Si dicho precio era de 145 euros, ¿cuál es el precio de venta? (Solución: 188,5 euros)
- 20.- Un librero vende 144 libros de los 480 que tenía. ¿Qué porcentaje suponen del total de libros los que ha vendido? (Solución: 30%)
- 21.- A un trabajador que cobra 1100 euros mensualmente le suben su salario un 2% y al año siguiente un 2,5%. Calcula el salario mensual después de las 2 subidas. (Solución: 1150,05 euros)
- 22.- En una tienda tienen una oferta de un 15% de descuento si se compran los jamones por piezas. Si el precio del jamón está en 12 €/kg y aumentan un 7% la factura, calcula el precio de un jamón de 9 kg. (Solución: 98,23 euros)

23.- Para hacer una obra en 360 días hacen falta 30 obreros trabajando 8 horas diarias. ¿Cuántos días duraría la misma obra si hubiese 40 obreros trabajando 6 horas diarias? (Solución: 360 días)

24.- Transportar 200 cajas a 450 km de distancia cuesta 300 euros. ¿Cuántas cajas pueden transportarse a 300 km por 350 euros? (Solución: 350 cajas)

25.- Cinco grifos llenan un depósito de 20000 litros en 10 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán ocho grifos iguales a los anteriores en llenar un depósito de 30000 litros? (Solución: 9 horas 22 minutos 30 segundos)

26.- Un padre reparte 13345 euros entre sus tres hijos de forma inversamente proporcional a sus edades, que son, 5, 12 y 15 años, respectivamente. Calcula la parte que le corresponde a cada uno. (Solución: 7625,71 euros; 3137,38 euros; 2541,9 euros)

27.- Tres amigos organizan una peña para jugar a las quinielas y cada uno aporta 23, 34 y 41 euros, respectivamente. Si aciertan una quiniela por la que cobran 120000 euros, ¿Qué cantidad le corresponde a cada uno si el reparto se hace de forma directamente proporcional al dinero aportado? (Solución: 28163,27 euros; 41632,65 euros; 50204,08 euros)

28.- En un barco una tripulación de 400 personas tiene provisiones para 63 días tomando una ración diaria de 1960 kg. Si la tripulación desciende a 140 personas, ¿qué ración correspondería a cada persona para que las provisiones durasen 80 días? (Solución: 4410 g)

29.- Se reparte una cantidad entre tres personas en partes directamente proporcionales a 3, 5 y 7. Si a la segunda persona le corresponden 2200 euros, calcula cuánto le corresponde a cada uno y la cantidad total repartida. (Solución: 1320; 2200; 3080; total repartido:6600)

30.- Un vendedor de motos gana un 30% sobre el precio de coste de la moto. Si la moto tenía un precio de coste de 15600 euros y el vendedor hace un 10% de descuento y aumenta un 16% de IVA, ¿cuál es el precio final de la moto? (Solución: 21172,32 euros)

31.- ¿Qué porcentaje de descuento se ha aplicado a un producto que costaba 500 euros y por el que se han pagado 325 euros? (Solución: 35%)



32.- Dos ruedas están engranadas y tienen 12 y 45 dientes respectivamente. Si la primera da 15 vueltas en  $\frac{1}{5}$  de minuto, ¿cuántas vueltas dará la segunda en una hora? (Solución: 1200 vueltas)

33.- Al ir a pagar un factura en la que hacen un 15% de descuento y aplican un 16% de IVA, analiza que es mejor: que hagan primero el descuento y luego apliquen el IVA, a revés o da lo mismo. (Solución: Da lo mismo)

34.- Un determinado producto ha aumentado su precio un 15% en un año, y al año siguiente ha aumentado un 16%. ¿Cuál ha sido el porcentaje de aumento en total? (Solución: 33%)

35.- Los tres primeros clasificados de una competición deben repartirse 17930 euros en partes inversamente proporcionales al puesto en el que han quedado. ¿Cuánto percibe cada uno? (Solución: 9780 euros, 4890 euros y 3260 euros)

36.- En una disolución de 120 ml hay 14,4 ml de agua y el resto es alcohol. ¿Qué porcentaje de alcohol hay en la disolución? (Solución: 88% de alcohol)

37.- En una compra a plazos de 4570,5 euros suben el precio un 15,25%. ¿Cuánto se pagará en total? (Solución: 5267,5 euros)

38.- En una factura con un 16% de IVA, la cantidad inicial es de 850 euros. Si han hecho un descuento y la cantidad final a abonar es de 788,8 euros, ¿qué porcentaje de descuento han hecho? (Solución: 20%)

39.- Hemos pagado por un abrigo 473,28 euros y nos han aplicado un 15% de descuento y un 16% de IVA. ¿Cuánto costaba el abrigo inicialmente? (Solución: 480 euros)

40.- Una empresa reparte un gratificación de 30345 euros entre sus tres empleados de sección, en partes directamente proporcionales a los años de antigüedad en la empresa, que son 8, 12 y 15 años respectivamente. ¿Cuánto recibirá cada uno? (Solución: 6396 euros, 10404 euros y 13005 euros)

41.- Un servicio de cerrajería cobra 15 euros por cada hora de trabajo en un servicio normal. Si el trabajo se realiza de forma urgente, el precio aumenta un 20%. ¿Cuánto se pagará por un trabajo de servicio urgente que ha llevado 3 horas? (Solución: 54 euros)

42.- Rocío ha pagado 27 euros por una camisa que costaba 36 euros. ¿Qué descuento se ha aplicado sobre el precio de la camisa? (Solución: 25%)

43.- Calcular los intereses que hemos ganado al depositar 500.000 € en los siguientes casos:

- a) 3% anual durante 2 años y medio.
- b) 7,5% mensual durante 3 años y siete meses.
- c) 1,25% diario durante 2 años y 35 días.